IV. *Principia Dynamica, ſive Principia Mechanices Metaphyſica; Auctore* Jacobo Jurin, *M. D. R. S. S.*

Preſented at a Meeting of the Royal Society, March 13. 1746.

CUM vir illuſtris *G. G. Leibnitius* novam ſuam ſententiam, qua vim corporis in motu conſtituti quadrato velocitatis metiendam ſtatuit, in *Actis Eruditorum Lipſienſibus*, anno 1686, cum publico communicaſſet, magnam illico ea res in orbe mathematico controverſiam excitavit.

Novam itaque iſtam doctrinam cum plures certatim aggrederentur, vix autem quiſquam amplecteretur e mathematicis celebrioribus, anno 1695. menſe *Aprili*, eandem auctor edito *Specimine Dynamico* confirmare conatus eſt. Ubi, inter alia multa, hæc habet:

" Porro ad veram virium æſtimationem, & quidem
" prorſus eandem, diverſiſſimis itineribus perveni:
" uno quidem a priori, ex ſimpliciſſima conſideratione
" ſpatii, temporis, & actionis (quod alias exponam)
" altero a poſteriori, vim ſcilicet æſtimando ab ef-
" fectu quem producit ſe conſumendo."

Videbatur autem in animo habere vir clariſſimus viam illam a priori, quam ſe *alias expoſiturum* hic promittebat, menſe *Majo* ſequente in publicum edere, cum ſub finem *Speciminis* hujus *Dynamici* hæc verba addiderit:

" Sed nunc fugatis erroribus, veras & ſane admi-
" randas naturæ leges paulo diſtinctius in Schediaſma-
" tis hujus parte ſecunda proponemus menſe *Majo*
" exhibenda."

Atqui, quod magnopere dolendum, ſecunda illa pars neque menſe *Majo*, neque ullo ex ſequentibus aut menſibus aut annis, etſi plus quam viginti annos ſupervixerit *Leibnitius*, aut in *Actis Lipſienſibus*, aut alibi uſpiam in publico comparuit.

Sed ne quis forte putet promiſſum iſtud idcirco non fuiſſe præſtitum, quod fidei ſuæ liberandæ non eſſet magnus ille vir, factum eſt edito noviſſime *Commercio Literarum* inter ipſum *Leibnitium*, & alterum illum celeberrimum mathematicum, *Johannem Bernoullium*.

Bernoullius nempe, viſo eo *Specimine Dynamico*, literis ad *Leibnitium* datis menſe *Junio* ſequenti, quædam laudavit, ſed virium æſtimationem *Leibnitianam* adeo non probavit, ut etiam conaretur demonſtrare vires corporum motorum, non quadratis celeritatum, ſed ipſis celeritatibus eſſe proportionales.

Tandem vero re per literas ultro citroque datas diligentius excuſſa, prorſus in *Leibnitii* caſtra tranſivit *Bernoullius*.

Is ergo, tanti diſcipuli docilitatem remunerari certus, communicat argumentum a priori ductum, quod hactenus apud ſe preſſerat, ſimulque cauſam docet quare id prius non vulgaverit.

" Nolui, (*a*) inquit, illos dignari hac liquida luce " veritatis, qui argumenta illa, ab affectibus gravium " vel aliorum corporum ſenſibilium petita, non ut " par eſt accepere; unde nec publice extare volui; ut " eſſet quod illis communicarem, qui ſeſe æquos ju- " dices præbuiſſent."

Bernoullius

(*a*) Menſe *Januario*, 1696.

Bernoullius itaque, cum *ſeſe æquum judicem præbuiſſet*, & argumenta illa a poſteriori, *uti par erat*, *accepiſſet*, hoc eſt, deſcendiſſet prorſus in ſententiam *Leibnitianam*, dignus utique habitus eſt, qui in interiora illa ſcientiæ adyta admitteretur.

" Quoniam, (*a*) inquit auctor, te in noſtris caſtris
" video, lubenter communicabo principium meum a
" priori demonſtrandæ veræ æſtimationis virium;
" quod mihi in promptu eſſe aliquoties indicavi, non-
" dum tamen hactenus produxi. Tibi enim commu-
" nicare eſt frugiferæ maxime terræ commendare
" granum, ut in magnam plantam ſurgat."

Laudo ſane, quod *granum* iſtum *terræ* tam *frugiferæ commendaverit* vir optimus, & tamen ejus conſilium non omni videtur reprehenſione caruiſſe. Nam etſi *Papinos*, *Catelanos*, reliquoſque ſuæ doctrinæ oppugnatores, apud quos, propter incredulitatem, nihil magni poterat efficere, qui *inconvertibiles quantiſcunque demonſtrationibus viderentur*, ſi illos, inquam, *hac liquida luce veritatis* indignos judicaret, cur tamen illam reliquo orbi literato invideret? Mitto dicere, quod viri boni & humani, & incrementi ſcientiarum ſtudioſi erat, rem tanti momenti omnibus patefacere. Quod ſi omnibus aliis rebus poſthabitis, gloriæ tantum ſuæ conſulere libuiſſet, hoc erat faciendum, quo facto obtrectatores iſti aut illico ad ſilentium redacti, aut ab omnibus fuiſſent condemnati. Denique cum non ſibi ſolum, nec uni alterive amico, ſed omnibus, nati ſint magni viri, quæ iſta eſt iniquitas, velle *Johannem Bernoullium*, & diſcipulos *Bernoullianos*, ea luce liquida

(*a*) Menſe *Januario*, 1696

liquida frui solos, cum interim nos alii homunciones ætatem degeremus in tenebris plusquam *Cimmeriis?* Sed bene habet, quod post quinquaginta annos tenebrarum lux illa jam omnibus illucescit.

" Ecce Argumentum.

" Actio faciens duplum, tempore simplo, est dupla, " virtualiter actionis facientis idem duplum tempore " duplo; seu percursio duorum milliarium, intra ho- " ram, est dupla (virtualiter) percursionis duorum " milliarium, intra duas horas.

" 2°. Actio faciens duplum, tempore duplo, est " dupla, formaliter, actionis facientis simplum tem- " pore simplo; seu percursio duorum milliarium, " intra duas horas, est dupla (formaliter) percursionis " unius milliaris, intra unam horam.

" 3°. Ergo actio faciens duplum tempore simplo " est quadrupla actionis facientis simplum tempore " simplo; seu percursio duorum milliarium, intra " unam horam, est quadrupla percursionis unius mil- " liaris, intra unam horam.

" 4°. Si pro duplo substituissemus triplum, qua- " druplum, quintuplum, &c. prodiisset actio noncu- " pla, sedecupla, 25pla; & generaliter patet actiones " motrices æquabiles, æquitemporaneas, æqualium " mobilium, esse ut quadrata celeritatum; vel, quod " idem est, in eodem, vel æquali corpore, vires esse " in duplicata ratione celeritatum. Q. E. D."

Perlecto hoc argumento, & ob magnam auctoris famam attentissime considerato, ego, ut verum fatear, ne scintillam quidem veritatis, aut etiam sensus communis, ibi potui animadvertere. Suspicarer sane id oculorum meorum vitio fieri, qui forte in nimia luce cæcutirent,

cæcutirent, nisi animos addidisset ipsius *Bernoullii* dubitatio.

Vir ille acutissimus *liquidæ* isti *veritatis luci* adeo non acquievit, ut in literis suis responsoriis non solum objectionem moverit, sed etiam demonstrationem, & quidem duplicem, in contrarium produxerit.

" Non video, (*a*) inquit, quid ab adversario in
" contrarium dici possit; nisi forte quod actio virtua-
" lis confundi videatur cum actione formali; negando
" scilicet consequi *A* esse quadruplum ipsius *C*, ex
" eo quod *A* sit dupla ipsius *B*, virtualiter, & *B* dupla
" ipsius *C*, formaliter."

Hac proposita objectione, subjungit deinde suas demonstrationes.

" 1°. Actio faciens duplum tempore simplo est
" dupla virtualiter actionis facientis idem duplum
" tempore duplo."

" 2°. Actio faciens duplum tempore duplo est
" simpla virtualiter actionis facientis simplum tem-
" pore simplo.

" 3°. Ergo actio faciens duplum tempore simplo,
" est dupla actionis facientis simplum tempore sim-
" plo. Vel scilicet,

" 1°. Actio faciens duplum tempore simplo est
" simpla formaliter actionis facientis idem duplum
" tempore duplo.

" 2°. Actio faciens duplum tempore duplo, est
" dupla formaliter actionis facientis simplum tempore
" simplo.

" 3°.

(*a*) Februario, 1696.

" 3°. Ergo actio faciens duplum tempore simplo, " est dupla actionis facientis simplum tempore simplo.

" Vides duo argumenta, quæ idem plane conclu- " dunt, sed tuæ conclusioni omnino contrarium, &vul " gari illo nituntur axiomate, quæ eidem sunt æqualia " sunt inter se æqualia; quod quidem tantummodo " locum habet in quantitatibus homogeneis, ut hic " comparando actionem virtualem cum virtuali, & " formalem cum formali, non autem illam cum hac."

Hæc *Bernouillius* acumine non minori, quam modestia. *Leibnitius* vero literis mense *Martio* datis, primo loco objectionem *Bernoullianam* diluere conatur.

" Satis non video, inquit, quid tibi velis, cum " dicis actionem virtualem confundi cum formali. " Non enim actio mihi hic est virtualis vel formalis; " sed una actio alterius est dupla, vel virtualiter, vel for- " maliter. Nimirum virtualiter, cum dupla est æstima- " tione, etsi non sit dupla mole, vel congruentia, ut du- " catus est duplus thaleri: Formaliter vero, ut thalerus " duplum est semithaleri. Et sciendum est quod " duplum est formaliter, id etiam virtute seu æstima- " tione esse duplum. Ideo cum nonnisi de virtute, " seu æstimatione, hic quæratur, nulla est confusio " diversi generis quantitatum vel æstimationum; " nempe virtualiter duplum intelligo quod tale est " virtualiter solum; sed formaliter duplum voco, " quod simul & formaliter & virtualiter duplum est."

Non diffitendum sane quod suo jure utitur *Leibnitius*, tribuendo eum quem velit sensum vocibus a se usurpatis, quodque hoc pacto plane diluit objectionem *Bernoullianam*. Id unum vellem clare exposuisset, vel ultro, vel postulante *Bernoullio*, qua virtute, vel qua æstimatione, actio faciens duplum

tempore ſimplo ſit dupla actionis facientis idem duplum tempore duplo. Id enim, niſi me admodum fallit, inter falſiſſima reponendum eſt.

Pergit vir cl. " Poteram vocabulis (tantum har-
" moniæ cujuſdam cauſa adjectis) abſtinere; ut enim
" quia ducatus duplus eſt thaleri, & thalerus ſemi-
" thaleri, concludo ducatum ſemithaleri quadruplum
" eſſe; ita quia percurſio 2 milliarium, una hora,
" dupla eſt percurſionis 2 milliarium, 2 horis, & per-
" curſio 2 milliarium, 2 horis, dupla eſt percurſionis
" unius milliaris, una hora; ſequetur percurſionem
" 2 milliarium una hora eſſe quadruplum percurſio-
" nis unius milliaris, una hora."

Sublatis jam turbatricibus iſtis vocibus, *virtualiter*, & *formaliter*, quæ limpidum hunc veritatis fontem hactenus coinquinaverant, non modo ſuſtulit *Leibnitius* objectionem a *Bernoullio* propoſitum, ſed eum penitus ad ſuas partes pertraxit. " Tua reſponſio (inquit
" ille in proximis literis) mihi nunc plane ſatisfacit;
" video enim, quid duo iſti termini tibi ſignificent:
" cæterum argumentatio tua mihi videtur elegantiſ-
" ſima, & publico non amplius invidenda; multum
" enim ponderis tribuet argumentis a poſteriori.".

Hæc *Bernoullius* in literis menſe *Aprili* datis, & ego quidem eidem argumento pariter acquieſcerem, ſiquis mihi monſtret æque clarum eſſe percurſionem 2 milliarium, una hora, duplam eſſe percurſionis 2 milliarium 2 horis, atque clarum eſt ducatum eſſe duplum thaleri. Video enim duplo velociorem eſſe percurſionem 2 milliarium, una hora, percurſione 2 milliarium, 2 horis: duplam eſſe non video, ſed æqualem, cum idem ſpatium utraque percurſione conficiatur.

Sed forte rem ulterius urgere noluit idcirco *Bernoullius*, quod solito commotiorem sese ostendisset *Leibnitius*. " Ego, (*a*) inquit ille, nihil magni " promittere ausim; sperabam tamen reus non fieri " paralogismi apertissimi, in argumentatione, non " obiter elapsa, sed a compluribus annis considerata, " quam tamen alicujus momenti venditaram." Cujus tamen *apertissimi paralogismi Leibnitium* apertissime reum esse, nos, ni animus multum fallit, infra ostendemus.

Demonstrationis utriusque *Bernoullii* examinationi *Leibnitianæ* non opus est immorari, quod pendeat utraque demonstratio ex sensu vocum, *virtualiter*, & *formaliter*, secus accepto quam vellet *Leibnitius*. " Eos, (*b*) inquit *Bernoullius*, sumebam terminos alio " sensu quam eo quo nunc eos explicas."

Leibnitius vero, incertus adhuc quid ponderis habitura esset apud *Bernoullium* prima sua demonstratio, alteram eidem subjungit. " Aliam, (*c*) inquit, addo, " quæ, si fundum rei spectes, redit in priorem, habet " tamen suum proprium pondus. Actiones motrices " (æquabiles intelligo) ejusdem mobilis sunt in ratione " composita effectuum immediatorum, nempe longi- " tudinum percursarum, & velocitatum. Porro lon- " gitudines (æquabiliter percursæ) sunt in ratione com- " posita temporum & velocitatum. Ergo actiones " motrices sunt in ratione composita ex simplice " temporum & duplicata velocitatum; ideoque iisdem " temporibus, vel temporum elementis, actiones mo- " trices ejusdem mobilis sunt in ratione duplicata " velocitatum, vel, si diversa sint mobilia, in ratione " composita

(*a*) Mart. 1696. (*b*) Apr. 1696. (*c*) Mart. 1696.

" composita ex simplice mobilium & duplicata velo-
" citatum."

Bernoullius in literis mense *Aprili* ad *Leibnitium* datis, cum sese priori demonstrationi acquiescere dixisset, de posteriore autem ne verbum quidem faceret, quæsivit ex eo *Leibnitius* mense *Majo*, " quid illi videretur de altera ejusdem pro-
" positionis demonstratione. Quæ (inquit) paulo
" magis est ad formam receptam, etsi ambæ conve-
" niant in radice."

Bernoullius itaque, cum jam effugere non posset, quin mentem suam aperiret, in literis mense *Junio* datis hæc habet.

" Altera tua demonstratio propositionis de ra-
" tione actionum motricium, quam in prioribus al-
" legâsti, ingeniose pariter ac prior, &, ut dicis,
" magis ad formam excogitata mihi videtur, quam-
" vis in fundo rei ambæ coincidant. Nihil etiam
" enim mihi certius est, quam quod actiones mo-
" trices debeant mensurari per effectus suos immedia-
" tos; si itaque longitudines percursæ, & velocitates
" (nisi quis obstinate vellet velocitatem potius esse
" causam) sint effectus actionis immediati, & quidem
" soli, quorum unum ab altero non dependet, vel
" in altero non includitur, erunt actiones motrices
" necessario in ratione composita longitudinum &
" velocitatum ; adeoque temporibus æqualibus in du-
" plicata velocitatum."

Patet *Bernoullium* hoc responso demonstrationem illam alteram *Leibnitianam* specie quidem probare, reipsa, quamvis cum summa cautione & modestia, damnare. Nec enim solum subinnuit velocitatem esse causam potius, quam effectum actionis, sed assensum suum ea conditione astringit, ut effectuum

a *Leibnitio* poſitorum, nempe longitudinis percurſæ & velocitatis, *unus ab altero non dependeat, vel in altero non includatur.* Cum igitur ſit evidentiſſimum, pendere longitudinem percurſam a velocitate, & in illa includi, patet iſtam demonſtrationem vitioſam eſſe judice *Bernoullio.*

Leibnitius proximis literis menſe *Junio* datis, cum ad alia plura copioſe & diſtincte reſponderet, ad tacitas haſce objectiones *Bernoullianas*, diſſimulata earum vi, quaſi aliud agens, hoc unum repoſuit.

" Cæterum, ut actionem nunc, compoſita ratione
" ſuorum principiorum, potentiæ & temporis, æſtimo;
" ita eam paulo ante æſtimaveram compoſita ratione
" eorum quæ præſtat; effectus ſcilicet extenſivi ſeu
" materialis, nempe longitudinis (quem κατ' ἐξοχὴν
" effectum vocare ſoleo) & effectus intenſivi ſeu for-
" malis. Deſideratum enim eſt, ut præſtetur multum
" & cito. Ambæ autem æſtimationes conſentiunt
" inter ſe, ut vides."

Per obſcuritatem hujus reſponſi, ſive affectatam, ſive *Leibnitio* naturalem, facile cernitur eum velle ut velocitas pro effectu actionis habeatur, quam *Bernoullius* pro cauſa potius habendam ſubinnuerat, non audere tamen eam diſerte nominare, licet eam intelligat ſub nomine effectus inſenſivi ſeu formalis, quem *præſtet* actio. Porro de altera objectione *Bernoulliana*, nimirum, quod etiamſi velocitas vel maxime ſit effectus actionis, pariter atque longitudo percurſa, tamen cum alter horum effectunm ab altero dependeat, vel in altero includatur, et certe pendet longitudo percurſa a velocitate, actio menſurari non debeat per effectus iſtos, de hac, inquam, altum hic ſilentium.

Actum itaque videtur de altera illa demonſtratione, *Leibnitio* ipſo judice, pariter atque *Bernoullio*; & ſane in

in ſequentibus eorum literis ne minimam quidem ejus mentionem factam reperio.

Porro, prior illa demonſtratio, quæ eodem recidit cum poſteriori, vera ſcilicet cum falſa, non videtur omni ſcrupulo caruiſſe, neque apud *Bernoullium*, neque apud ipſum *Leibnitium*.

Bernoullius enim, etſi menſe *Aprili* profeſſus ſit eam ſibi *plane ſatisfacere, eique acquieverit, elegantiſſimam* vocaverit, *& publico non amplius invidendam*, tamen *Auguſto* menſe neſcivit quid ſibi vellet *Leibnitius* per vocem *actionis*, ex qua pendet tota illa demonſtratio. "Oportet, inquit, ut definias quid "per actionem intelligas; alias nihil unquam de-"monſtrari poterit." Æquum ſane monebat, fruſtra tamen; nam in literis *Leibnitii* reſponſoriis, utut ſatis prolixis, ne γρῦ quidem videas de illa definitione tantopere neceſſaria.

Leibnitius autem ipſe, in literis menſe *Junio* datis, hæc habet: "Mea demonſtratio a priori, pro noſtra "virium æſtimatione, nititur utique aliqua ſuppoſitione. "Nempe, *Actionem quæ facit aliquid uniformiter*, "*tempore ſimplo, eſſe duplam actionis facientis idem* "*uniformiter, tempore duplo.* Hanc ſuppoſitionem "concedere debent *Catelanus*, & alii, cum quibus diſ-"putaveram." Quid ſi nolint? Corruit ergo demonſtratio, quæ nititur hac ſuppoſitione, ſaltem niſi ſuppoſitionem iſtam prius demonſtres.

At "Nondum quidem inveni modum a priori hanc "propoſitionem demonſtrandi per viam congruentiæ; "imo, ne hanc quidem, quod *actio idem faciens*, "*breviori tempore, ſit major*; a quo eſſet incipien-"dum."

Itaque cum tantopere deprædicata illa demonſtratio a priori indigeret alia demonſtratione, quam nondum invenerat *Leibnitius*, nec unquam poſtea invenit, nec inventurus eſt quiſquam mortalium, minime mirandum *granum* iſtud, utut *frugiferæ maxime terræ commendatum*, *in plantam* non *ſurrexiſſe*. *Bernoullius* quippe *liquidæ* iſti *veritatis luci*, cum cerneret dilapſam in cineres facem, longum vale dixit.

At illo longe animoſior vir celeberrimus, *Chr. Wolfius*, theoriam virium a priori, geometrarum more, pertractare aggreſſus, eam, in primo tomo *Commentariorum Academiæ Imperialis Petropolitanæ*, cum publico communicavit, ſub titulo *Principiorum Dynamicorum*. Hujus partem "*cum anno* 1710. *cum Il-*
"*luſtriſſimo Comite ab Herberſtein*, *Illuſtri Leibnitio*,
"*atque aliis communicâſſet*, *eam Leibnitius in ſuam*
"*cum viris celeberrimis Johanne Bernoullio atque*
"*Jacobo Hermanno aliiſque communicatam*, *recidere*
"*ſcripſit anno* 1711. *datis literis dicto fidem his ver-*
"*bis faciens :* Calculum virium purarum ſeu actionum
"talem inſtituo. Sit ſpatium s, tempus t, velocitas
"v, corpus c, effectus e, potentia p, actio a. In
"motu æquali erit tv ut s, e ut cs, tp ut a. Atque
"hæc quidem ſine demonſtratione aſſumi poſſunt.
"Accedit, quod demonſtrandum, ev ut a. Hinc
"porro plurima theoremata demonſtrari poſſunt, *e.gr.*
"p ut cv^2. Nam tp ut ev: ſed e ut cs, & s ut tv.
"Ergo fit tp ut ctv^2, ſeu p ut cv^2. Atque in his con-
"tinetur pars meorum Dynamicorum, abſtracta
"maxime a rebus ſenſibilibus, etſi deinde per experi-
"menta verificetur." "Nullus itaque dubito (inquit
"*Cl. Wolfius*) me hic principia Dynamicæ menti
"*Leibnitii* conformia propoſuiſſe."

Atque

Atque hoc quidem per se clarum est, cum theoremata *Wolfiana* cum notulis algebraicis *Leibnitii* adamussim conveniant; utrum vero veritati, pariter atque menti *Leibnitii*, conformia sint ea principia, operæ pretium est examinare. Cæterum istud præcipue dignum notatu in hisce notulis reperio, *a* ut *ev*, *quod demonstrandum*: unde videtur *Leibnitius*, ne tum quidem, post 16 annos elapsos, invenisse demonstrationem suppositionis olim *Bernoullio* venditatæ; nempe, quod actio faciens aliquid, tempore simplo, dupla est actionis facientis idem tempore duplo, cum actio faciens aliquid tempore simplo duplo velocius id faciat, quam actio idem faciens tempore duplo. Quomodo autem illud demonstret *Wolfius*, mox examinabimus.

Nos enim, cum illustrissima academia scientiarum imperialis *Petropolitana* tres priores suorum commentariorum tomos dono mittere dignata esset, & simul significandum curâsset non ingratum sibi fore, si aliquid subinde ex cogitatis nostris, commentariis inserendum communicare vellemus, jam uno scripto misso, quod ad nostram tuborum capillarium actionis theoriam pertinebat, eoque benigne ab illustrissima academia excepto, & in commentariis publicato, brevi post tempore aliud eidem obtulimus sub titulo *Principiorum Dynamicorum*.

Quod enim videbam celeberrimum *Wolfium* ea jam clare, & distincte, & in morem geometricum explicata proponere, quæ ab ipso *Leibnitio* minus perspicue erant tradita, quam ut facile cerneretur, quid veri inesset, aut falsi; & tamen in summa rerum alteri cum altero adamussim convenire; occasionem arripere visum est istius theoriæ ad examen accuratum revocandæ.

Hunc

Hunc in finem ea omnia, quæ putabam recte tradidisse *Wolfium*, ad verbum exscripta, *Principiis* meis *Dynamicis* inserui; quæ deerant, supplevi; quæ falsa videbantur, correxi, atque id scriptum 12 abhinc annis, ea qua par erat observantia imperiali academiæ obtuli.

Lectum id scriptum in publico conventu, eoque nomine grates agi mihi jussisse academiam, ex literis clarissimi *Mulleri*, tunc temporis *Petropoli* abiturientis ad expeditionem *Kamkatschianam*, intellexi.

Postea vero, cum per tot annos nullam illius scripti mentionem fieri viderem in commentariis, tandem anno superiore per amicum, quid eo factum esset, quæsivi. Is mihi primo respondit nullum ejusmodi scriptum ad academiam pervenisse. Rescripsi, rite fuisse traditum, lectumque in publico conventu, mense *Junio* anni 1733, gratesque eo nomine mihi actas. Tum demum inspecto protocollo academico, id verum esse repertum est, scriptum vero ipsum nullibi comparuit, nec sciebat quisquam quo casu intercidisset. Potestatem vero mihi fecit illustrissima academia, novum, si vellem, exemplar *Petropolin* mittendi, commentariis inserendum; vel, si id mallem, in actis nostris philosophicis publicandi.

Excussis itaque meis scriniis, exemplar perfectum istius scripti nullibi reperiebam, sive quod aliquo casu intercidisset in domicilio bis mutando, sive quod unum istud confectum esset quod miseram *Petropolin*. Imperfectum vero exemplar reperi, quod, ut potui, supplevi, jamque meliori, spero, fato, Societati Regiæ *Londinensi* dono, dedicoque.

PRINCIPIA

Principia Dynamica.

ACcidere non raro cernitur inter litigantes, ut res a principio ſatis facilis & expedita, malitia tamen patronorum per omnes legum ambages & laqueos altercantium, in difficillimam tandem & pene inextricabilem abeat controverſiam. Tunc autem, ſi quis juriſconſultus viam aliquam brevem & claram oſtenderit, qua res ad exitum perduci queat, videtur is mihi de utraque parte non peſſime mereri, ſive juſtiorem, ſive etiam ſequiorem cauſam tueri, eidem contigerit.

Talem judico ſeſe præſtitiſſe celeberrimum *Chriſtianum Wolfium* in illa controverſia de vi motrice, quæ jam a multis annis orbem eruditum occupavit. Is enim, ſi ipſe verum non ſit aſſecutus, rationem certe monſtravit, qua alii ad verum & tuto & facile pervenire poſſint.

Hujus itaque, & illuſtriſſimi *Leibnitii*, quem is ſe ducem ſequi profitetur, veſtigiis inſiſtens *Principia Dynamica*, ut ipſorum verbo utar, quam fieri poteſt perſpicue, exponere conabor.

Quem in finem non niſi caſum ſimpliciſſimum conſiderare decrevi, corporis vi viva præditi, quod movetur motu uniformi, *h. e.* ſine omni impedimento ſive medii reſiſtentis, ſive corporum quorumcunque oppoſitorum, plane ſecundum poſitiones *Wolfianas*. De quo clariſſimo viro ſi me tum definitiones & axiomata, tum ipſas propoſitiones ſequentes, præter unam aut alteram, & earum demonſtrationes, ne verbo quidem mutato, ſumpſiſſe mutuo animadvertat lector ingenuus, ſciat ille velim me id conſulto feciſſe, quod eas neque clarius enuntiari poſſe exiſtimem, neque certius demonſtrari.

Definitio

Definitio 1.

' *Vim vivam* cum *Leibnitio*, vel etiam ſimplici-
" ter *vim* appello, quæ motui locali adhæret.

Definitio 2.

" *Vis pura* eſt, cui in agendo contraria nulla re-
" ſiſtit."

Corollarium.

" Vis igitur pura toto actionis tempore invariata
" manet."

Scholion.

" Iſtiuſmodi vis in motu æquabili ſeſe exerit, ſi
" concipiatur fieri in medio non reſiſtente. Quanto-
" cunque enim intervallo mobile promoveatur, eadem
" tamen ſemper ſubſiſtit celeritas, conſequenter vis
" motrix eadem. Effectus adeo, quem producit, eam
" minime abſorbet."

Definitio 3.

" *Actio pura* dicitur, quæ exercetur vi motrice
" pura."

Scholion.

" Talis eſt actio mobilis motu æquabili lati in
" medio non reſiſtente."

Definitio 4.

" Actio uniformis eſt, quæ duplo tempore dupla,
" triplo tripla, & ita porro, ſeu in genere, quæ eſt ut
" tempus."

Scholion.

" Iſtiuſmodi actio in motu æquabili locum habet,
" ubi mobile continuo eadem celeritate moveri per-
" git, ſi nempe motus fieri concipitur in medio non
" reſiſtente."

Definitio 5.

" *Effectus vis motricis extra conflictum* est translatio
" mobilis per spatium."

Axioma 1.

" Si duo, vel plura mobilia æqualia æquali celeri-
" tate moveantur, vis eorundem eadem est."

Axioma 2.

" Eadem vi eodem tempore eadem absolvitur
" actio."

Scholion.

" Eadem vi longiori tempore majorem absolvi
" actionem quam breviori, & contra eodem tempore
" vi majore actionem majorem absolvi quam minori,
" nemo dubitat. Quantitas adeo actionis pendet a
" quantitate virium & temporis. Quamobrem, si vires
" fuerint æquales, & tempus idem, actio quoque eadem
" esse debet."

Axioma 3.

" Si idem mobile per idem spatium transfertur,
" effectus idem est."

Scholion.

" Supponimus nempe motum fieri in medio non
" resistente, aut saltem abstrahimus ab actione, quæ
" impenditur in superandam resistentiam medii: id
" quod licet, quamdiu temporis nulla habetur ratio,
" quo effectus producitur."

Theorema 1.

" Si corpora inæqualia eadem celeritate moventur,
" vires sunt ut massæ."

Demonstrationes hujus, & sequentium octo theorematum, circa quæ nulla nobis cum *Leibnitianis* est contro-

versia, in scripto *Petropolin* misso posueramus verbis *Wolfianis:* hic autem ad evitandam prolixitatem, omittendas censuimus.

Theorema 2.

" Actiones uniformes eodem tempore absolutæ
" sunt inter se ut vires."

Theorema 3.

" Actiones uniformes, viribus æqualibus absolutæ,
" sunt inter se, ut tempora quibus absolvuntur."

Theorema 4.

" Actiones uniformes sunt in ratione composita
" temporum & virium."

Theorema 5.

" Vires inæquales eandem actionem absolvunt tem-
" poribus sibi reciproce proportionalibus."

Theorema 6.

" Si duo mobilia æqualia per spatia inæqualia trans-
" feruntur, effectus sunt ut spatia."

Theorema 7.

" Si duo quæcunque mobilia per idem spatium
" transferuntur, effectus sunt inter se ut massæ eo-
" rundem."

Theorema 8.

" Si duo quæcunque mobilia per spatia quæcunque
" transferuntur, effectus sunt in ratione composita
" massarum atque spatiorum."

Theorema

Theorema 9.

" In motu æquabili, effectus ſunt in ratione com-
" poſita maſſarum, celeritatum atque temporum."

Theorema 10.

" Actiones, quibus idem effectus producitur, ſunt
" ut celeritates."

Pervenimus jam ad illud theorema, in quo totius rei cardo vertitur. Si hoc verum eſt, amplectenda eſt doctrina *Leibnitiana*; ſi minus, repudianda. Itaque diligenter examinanda eſt hujus theorematis demonſtratio.

Ea dividitur a *Wolfio* in tres caſus; ſed cum ſecundus & tertius a primo pendeat, nos hunc unum conſiderabimus.

Demonſtratio Caſus primi.

" Si mobilia fuerint æqualia, & effectus idem di-
" verſo tempore producatur, celeritates erunt ut tem-
" pora reciproce, quibus is producitur; hoc eſt, cor-
" pus, quod tempore $\frac{1}{2}$ T effectum producit, movetur
" celeritate 2 *C*, cum alterum, quod effectum tempore
" T producit, moveatur ſimplici celeritate *C*, atque
" ita porro. Jam evidens eſt, actionem uniformem
" eſſe duplam, quæ dimidio tempore effectum pro-
" ducit, triplam, quæ ſubtriplo, & ita porro, *&c.*"

Ai'n vero, *Wolfi*, evidens eſſe iſtud? —— Quid ſi negem? Quid ſi dicam actionem, quæ eundem effectum producit, eandem eſſe, quocunque tempore eum producat? Hæc eſt ea ipſa ſuppoſitio *Leibnitiana*, cujus in literis ad *Bernoullium* datis anno 1695, ſe nondum ait inveniſſe modum demonſtrandi a priori; quod in literis ad teipſum datis anno 1711 adhuc demonſtrandum ait. Id tamen tu non conaris

 demonſtrare,

demonſtrare, ſed evidens eſſe ais. Nego evidens eſſe, & corruit tua demonſtratio, corruit ſimul ipſa propoſitio.

Huic autem antequam novam ſubſtituamus, diſpiciendum eſt pauliſper quid per actionem intelligatur, quid per effectum.

Actionis definitionem cl. *Wolfius*, *Leibnitii* exemplo, quod minime factum vellem, omiſit. Docuit ſolum qualis ſit actio *pura*, ſcilicet quæ omni impedimento careat; & qualis actio *uniformis*, nempe quæ creſcat in ratione temporis: quid per actionem ipſam intelligeret, nullibi definivit. Hoc autem niſi fiat, *nihil unquam demonſtrari poterit*, quod olim *Leibnitium*, ſed incaſſum, commonefecerat *Bernoullius*.

Hunc defectum ſi ego ſupplere auſim, quam *Wolfius* definitionem effectus dederit, eandem actioni ipſi tribuerem; quum nihil intereſſe videatur inter actionem & effectum, niſi quod actio, ſi ita loqui liceat, ſit effectus in fieri, effectus autem ſit actio peracta ſive abſoluta. Scilicet, in exemplo *Wolfiano* id agit vis viva, ut transferat mobile per ſpatium; ergo actio vis vivæ *eſt tranſlatio mobilis per ſpatium*; *effectus* etiam vis vivæ *eſt tranſlatio mobilis per ſpatium*; vel, ſi mavis, effectus eſt mobile jam tranſlatum per idem ſpatium.

Generaliter vero, actio eſt productio effectus; vel, ſi mavis, actio eſt qua quid efficitur: effectus autem eſt id ipſum quod efficitur.

Nolim ſane definitiones iſtas pro perfectis venditare: ſed tamen ejuſmodi eſſe cenſeo, ut omni careant erroris periculo, præſertim ſi per exempla aliquot rem planiorem reddiderim.

Si

Si ego paginam unam descripsero, actio mea erit descriptio unius paginæ, & effectus erit pagina una descripta.

Si operarius parietem dealbet, erit ejus actio dealbatio parietis, effectus autem erit paries dealbatus.

Si rusticus hortum perfodiat, actio ejus est horti perfossio, effectus autem est hortus perfossus.

Infinita alia exempla sibi quisque excogitare poterit; & sane puderet rebus tam planis, & quasi frivolis, tamdiu immorari, nisi hæc ipsa perperam concepta tot magnos viros in gravissimos errores præcipitâssent. Scilicet,

Hæ nugæ seria ducunt
In mala.

Theorema 10 *nostrum.*

Actionum æqualium æquales sunt Effectus.

Absolvat vis viva quævis *A* actionem quamcunque, & data sit alia quæcunque vis viva *B*. Jam, ut absolvat vis viva *B* actionem æqualem actioni vis vivæ *A*, necesse est tantum præcise agat vis viva *B*, quantum egerit vis viva *A*. Ergo post absolutam actionem ipsius *B*, tantum erit actum vi *B*, quantum actum fuerit vi *A*; h. e. effectus vis vivæ *B* par erit effectui vis vivæ *A*, quarum actiones fuerint æquales. *Q. E. D.*

Theorema 11 *nostrum.*

Actiones sunt in ratione effectuum.

Demonstratio.

Producatur actione *a* effectus *e*. Ergo alia æquali actione *a*, per *Theor.* 10, producetur alius effectus *e*, priori æqualis: consequenter, actione bis *a* producetur

effectus bis *e*. Similiter patet actione ter *a* produci debere effectum ter *e*, *&c*. Immo in genere, actione *na* (=*A*) produci debere effectum *ne* (=*E*). Eſt igitur *A* : *a* : : *E* : *e*, hoc eſt, actiones ſunt in ratione effectuum.

Theorema 12 *noſtrum*.

Vires ſunt in ratione compoſita maſſarum & celeritatum.

Demonſtratio.

Per *Theorema* 4. actiones ſunt in ratione compoſita temporum & virium. Per *Theorema* 11, eædem ſunt in ratione effectuum. Ergo effectus ſunt in ratione compoſita temporum & virium. At per *Theorema* 8, effectus ſunt in ratione compoſita maſſarum atque ſpatiorum. Ergo ratio compoſita temporum et virium par eſt rationi compoſitæ maſſarum atque ſpatiorum. Unde vires ſunt in ratione compoſita maſſarum et ſpatiorum directe, et temporum reciproce; h. e. in ratione compoſita maſſarum et celeritatum. *Q. E. D.*

V. *An Account of Two extraordinary* Deers Horns, *found under-ground in different Parts of* Yorkſhire; *in a Letter from Mr.* Tho. Knowlton, *to Mr.* Mark Catesby, *F. R. S.*

Read March 13. 1745-6.

THE Head and Horns, which is repreſented in Tab. I. *Fig*. 2. were found in a Sand-bed, in the River *Rye*, which runs into the *Derwent*,